17

Introducción de Elementos de Investigación en un Curso de Estadística Actuarial

Javier Trejos Zelaya

Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica. E-Mail: javier.trejos@ucr.ac.cr

Resumen. Se presentan los elementos de investigación introducidos en una intervención en el aula donde se ha trabajado en el modelamiento de situaciones actuariales. Se describen las principales actividades desarrolladas y se comentan las ventajas y desventajas de cada una de ellas, así como sus alcances y limitaciones. La actividad más importante fue el abordaje de un problema de la sociedad: determinar si los pesos de las bolas usadas en los sorteos de lotería son razonablemente similares.

Palabras clave: estadística actuarial; TIC; pruebas de hipótesis; revisión bibliográfica.

17.1 Contexto de la Intervención

El curso de *Estadística Actuarial II*, sigla CA-403, está ubicado en el 4º año de la carrera de Ciencias Actuariales de la Universidad de Costa Rica y es impartido por la Escuela de Matemática. Es un curso semestral, donde el semestre consiste en 15 semanas de clases más dos semanas para evaluaciones finales. Tiene 5 horas semanales de clases presenciales.

Los estudiantes llegan al curso habiendo aprobado 3 años de la carrera, en la que han recibido una formación en matemáticas (cálculo, análisis matemático básico, álgebra, probabilidad, estadística descriptiva, análisis numérico) y en actuariado (teoría del interés, cálculo actuarial, modelos de vida, calibración de tablas). Tienen un buen manejo del método deductivo de demostración matemática y un buen manejo de herramientas computacionales de cálculo (*Microsoft Excel*®, *Visual Basic*®, *Mathematica*®, *Matlab*®).

Generalmente, el curso que tradicionalmente se ha dictado en esta materia sigue un esquema lineal, con un profesor–expositor, y estudiantes en actitud pasiva en clases. La clase magistral desarrolla un temario según el esquema típico en matemáticas: definición–teorema–demostración–ejercicios; el estudiante resuelve ejercicios dirigidos y los exámenes tienen el mismo formato. Prácticamente en ningún momento del curso se introducen elementos de investigación por parte del estudiante.

Los estudiantes terminan la carrera de ciencias actuariales sin tener mayores herramientas investigativas: ni en búsqueda bibliográfica, ni en experimentación computacional, ni en el abordaje de problemas sociales reales.

El presente curso es continuación de un primer semestre introductorio a la estadística actuarial (con sigla CA-303, *Estadística Actuarial I*), que además es posterior a un curso introductorio de probabilidad. En ese curso CA-303 se introdujeron temas importantes para el desarrollo de una investigación cuantitativa, como las pruebas estadísticas de hipótesis.

En otro documento (ver capítulo 7, página 95) se describe cómo, en este mismo curso, se trató de desarrollar el pensamiento complejo en el estudiante en un enfoque por competencias. De esa manera, se trató de sensibilizar al estudiante en la modelación de la incertidumbre y el riesgo.

En el presente documento, se describen las actividades implementadas para desarrollar competencias típicas de la investigación en el campo actuarial, como la revisión bibliográfica actualizada, la implementación de cálculos exploratorios, y la elaboración de reportes de lectura y de experimentación.

La intervención en el aula aquí descrita se llevó a cabo durante I semestre de 2010 (entre marzo y julio), contando con la matrícula de 6 estudiantes.

17.2 Variables

Se tratará de medir la adquisición de las competencias por parte de los alumnos a través de los siguientes parámetros:

- Capacidad de encontrar la fuente apropiada de los datos.
- Capacidad de describir los datos que se tienen a disposición.
- Capacidad de discernir el método estadístico apropiado para confirmar o rechazar una hipótesis.
- Capacidad de elaborar una síntesis escrita del trabajo desarrollado.
- Capacidad de elaborar una síntesis oral del trabajo desarrollado.
- Capacidad de hacer una lectura crítica de bibliografía actualizada en el campo actuarial.

En la sección que sigue se describen las competencias profesionales que se pretende que el estudiante adquiera al finalizar el curso. Estamos conscientes que en un semestre no se adquirirán completamente estas competencias, pero la idea de la propuesta es avanzar en la adquisición de las mismas.

17.3 Competencias para la Investigación

En el capítulo 7, página 95, se describe la principal competencia profesional a desarrollar para el fomento del pensamiento complejo en el presente curso. Esta es que que, al finalizar el curso, el estudiante analiza y modela fenómenos aleatorios en los que se involucre el riesgo para describir, predecir y facilitar la toma de decisiones de acuerdo con las características y naturaleza de los fenómenos actuariales.

Esta competencia profesional es específica y para lograrla se requiere que se lleven a cabo varias actividades de investigación (ver sección 17.4), las cuales a su vez desarrollan algunas competencias profesionales transversales y generales.

17.3.1 Competencias profesionales genéricas para investigación

En el caso que nos ocupa en este documento, sobre la vinculación docencia–investigación, se quiere desarrollar unas competencias profesionales genéricas relacionadas con la investigación, la cuales son compartidas con gran cantidad de carreras.

Competencia genérica 1. *Función*: Investigación en actuariado.
Situación: Trabajo actuarial; eventualmente, trabaja en una institución académica.

a) *Acción 1*: i) Identifica el objeto y el problema de estudio, y lo ubica dentro del contexto del estado del arte de la disciplina. ii) Interpreta datos, elabora conceptos, análisis y reflexiones y juicios críticos en un lenguaje apropiado a la disciplina actuarial.

   - *Contexto*: Trabajo en empresas o instituciones de seguros, seguridad social o pensiones.
   - *Criterios de ejecución*: i) Aborda los problemas de forma sistemática y ordenada. ii) Plantea objetivos precisos antes de abordar problemas que requieran soluciones complejas. iii) Reconoce y respeta la autoría ajena. iv) Aplica con rigor una metodología de investigación, ya sea experiemental o teórica.
   - *Evidencias del desempeño*: i) Identifica las variables a estudiar. ii) Plasma el resultado de la investigación en un reporte que describe el problema, muestra los procedimientos empleados y las conclusiones a las que se llegó, iii) Evaluación por pares internos y externos, por ejemplo a través de comités científicos de revistas indexadas o congresos de especialistas.

b) *Acción 2*: Busca, evalúa y selecciona información pertinente.

   - *Contexto*: Trabajo en empresas o instituciones de seguros, seguridad social o pensiones.
   - *Criterios de ejecución*: i) Escoge información pertinente y válida en el campo de especialización. ii) Entiende, interpreta y analiza la información que obtiene de diferentes fuentes.

- *Evidencias del desempeño*: i) Elabora un informe técnico sintético que condense la información recogida, con una terminología común y una notación matemática unificada. ii) Distingue hechos relevantes de los secundarios.

c) *Acción 3*: Comunica de forma oral y escrita ideas o resultados de investigación; propone, argumenta y estructura un discurso lógico alrededor de la investigación.

- *Contexto*: Publicación en revistas científicas; presentación de ponencias en reuniones de especialistas (congresos, seminarios, simposios, etc.).

- *Criterios de ejecución*: i) Redacta un artículo científico siguiendo los criterios establecidos por una revista de reconocido prestigio en el campo. ii) presenta una ponencia en una reunión de especialistas nacionales e internacionales.

- Evidencias del desempeño: Evaluación por pares internos y externos, por ejemplo a través de comités científicos de revistas indexadas o congresos de especialistas.

d) *Acción 4*: Capacidad para comunicarse con expertos de diferentes áreas y para gestionar información variada.

- *Contexto*: Trabajo interdisciplinario, dentro de la organización o con agentes de organizaciones externas.

- *Criterios de ejecución*: Capacidad para comprender conceptos básicos de otras disciplinas.

- *Evidencias del desempeño*: i) Elaborar un informe técnico sobre los requerimientos del sistema a modelar. ii) Tener actitud positiva ante puntos de vista diferentes.

17.3.2 Competencias profesionales específicas

En el Proyecto 6x4 UEALC [11] se establecieron las siguientes competencias profesionales específicas para la carrera de Ciencias Actuariales, según el enfoque funcionalista [6] usado por Verdejo (2006), las cuales son descritas aquí con mayor detalle.

Competencia específica 1. *Función*: Matemática Actuarial.
Situación: Cálculo actuarial.

a) *Acción 1*: Modelación en seguros.

- *Contexto*: Trabajo en empresas o instituciones de seguros.

- *Criterios de ejecución*: Calcula y estima los valores necesarios para valorar el riesgo en seguros.

- *Evidencias del desempeño*: i) Cálcula primas para seguros de vida, de accidentes, de incendio, etc., mediante hojas electrónicas o programas específicos. ii) Estima

el tiempo de vida de diversos agentes. iii) Elabora tablas de vida. iv) Elabora el manual del usuario que indica la forma de uso de los instrumentos.

b) *Acción 2*: Modelación en seguridad social.

- *Contexto*: Trabajo en instituciones de seguridad social.
- *Criterios de ejecución*: Calcula y estima los valores necesarios para valorar el riesgo en pensiones.
- *Evidencias del desempeño*: i) Estima tiempo de vida de los cotizantes. ii) Elabora o ajusta tablas de vida de la población. iii) Calcula los montos de pensiones en un régimen específico. iv) Elabora planes de retiro y pensiones. v) Elabora el manual del usuario que indica la forma de uso de los instrumentos de cálculo.

c) *Acción 3*: Modelación en banca.

- *Contexto*: Trabajo en instituciones bancarias.
- *Criterios de ejecución*: Calcula y estima los valores necesarios para valorar el riesgo en finanzas.
- *Evidencias del desempeño*: i) Desarrolla o aplica modelos para asignación de créditos. ii) Calcula el valor en riesgo de un instrumento o una institución financiera. iii) Analiza el riesgo de una decisión financiera.

d) *Acción 4*: Modelación en finanzas.

- *Contexto*: Trabajo en instituciones financieras o bursátiles.
- *Criterios de ejecución*: Modela matemáticamente las diversas situaciones financieras.
- *Evidencias del desempeño*: i) Plantea modelos matemáticos que explican el comportamiento de los instrumentos financieros. ii) Realiza experimentación computacional para probar los modelos propuestos.

17.4 Descripción de la Intervención

En el capítulo 7, página 95, se describen las actividades generales del curso concernientes al fomento del pensamiento complejo. En la presente sección describimos únicamente aquellas actividades relacionadas con el desarrollo de las competencias relacionadas con la vinculación docencia–investigación, descritas más arriba.

17.4.1 Revisión bibliográfica

En el capítulo 7 también se indican diversas lecturas que fueron preparadas por los estudiantes, muchas de las cuales se refieren a contextualizar el azar en la sociedad. Estas

lecturas se hicieron en diversos idiomas y dieron origen a documentos de síntesis y exposiciones por parte de los estudiantes. Sin embargo, no se pueden considerar lecturas en temas de investigación actualizada en el campo actuarial.

Por ello, se estudió una publicación periódica importante en nuestra región latinoamericana, como lo es la *Revista Actuarios Trabajando–Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada*, publicada por el Colegio Nacional de Actuarios (CONAC) de México. Primero se hizo una búsqueda por Internet, y la revista fue escogida por su actualidad, pertinencia en nuestro medio, y su disponibilidad de acceso desde el campus de la Universidad de Costa Rica.

Los 4 artículos estudiados, contenidos en el volumen 1 número 1 de 2008, fueron:

1. "Alternativas de cobertura para riesgos catastróficos. Un modelo para el bono catastrófico", de R. Alvarez y M.T. Ramírez (pp. 30–57).
2. "Una aplicación del modelo de regresión lineal para el análisis de una variable relevante del turismo en México, de 1980 a 2006", de R. Arcos y V.M. Guerrero (pp. 58–84).
3. "Modelo de rezagos distribuidos de nivel de tarifa y utilidad técnica para seguro de automóviles residentes", de A. Hernández y M.T. Moreno (pp. 85–113).
4. "Seguro agrícola paramétrico para catástrofes por sequía, con base en estaciones climatológicas", de L. Castellanos (pp. 114–136).

Las lecturas se expusieron individualmente, con ayuda de láminas hechas en *Power Point*© o *Beamer*©, al plenario de la clase, y durante la exposición se invitó a la discusión sobre los conceptos expuestos. Cada estudiante elaboró un resumen sintético de algunas de estas lecturas y lo compartió con el resto del grupo.

17.4.2 Proyecto sobre un problema real

Se escogió un problema relacionado con la temática del curso, que sea de dominio público. Para ello, se decidió aprovechar un trabajo iniciado en un curso previo, referente al análisis de los pesos de las bolas que se usan en el sorteo de la lotería en Costa Rica.

En efecto, existe la creencia popular de que las bolas están "sesgadas", es decir, que hay algunas bolas que pesan más que otras y por ello tienen tendencia a salir más frecuentemente en los sorteos. Es de notar que no es cierto que haya difrencia significativa en la frecuencia de los números ganadores, sino que es simplemente una creencia que circula en el ambiente de los jugadores de lotería.

En el presente curso, se hizo un trabajo de análisis de los pesos de las bolas usadas por la Lotería Nacional en Costa Rica, con el fin de determinar si las bolas tiene aproximadamente el mismo peso o bien si se puede determinar que hay algunas significativamente más pesadas que otras. En conjunto con los estudiantes se fue delimitando el problema

para escoger los grupos de bolas más pesadas y las más livianas, de acuerdo con el algoritmo óptimo de W.D. Fisher (basado en programación dinámica y que fue estudiado e implementado computacionalmente de forma independiente por los estudiantes), para luego pasar a la prueba de hipótesis de comparación de las medias de los pesos de las bolas pesadas y las bolas livianas. Se determinó que —dichosamente— no se encontró diferencia significativa en los pesos de los grupos de bolitas. Por otra parte, se hizo una prueba de chi-cuadrado entre las frecuencias de aparición de cada número como premio mayor de la lotería en los últimos y los pesos de las bolitas, llegándose a la conclusión de que las variables son independientes.

17.5 Resultados

Las actividades de investigación desarrolladas permitieron a los estudiantes tener una formación preliminar para adquirir ciertas destrezas de investigación:

- Búsqueda de referencias bibliográficas, con una orientación de parte del profesor en cuanto al tema y las fuentes bibliográficas escritas y electrónicas.
- Redacción de reportes de lectura, mediante un documento con características definidas.
- Presentación tipo coloquio de las lecturas llevadas a cabo.
- Elaboración de experimentos de cálculo para la comprobación de hipótesis.
- Redacción de un reporte de experimentación.

Creemos que la implementación de estas actividades de investigación fue muy exitosa. Ahora bien, para una futura implementación se sugiere profundizar algunos puntos, como por ejemplo la realización de carteles o posters, para exhibir resultados de la experimentación. También se podría pedir a un jurado externo que haga alguna parte de la evaluación, para que el estudiante se enfrente a este tipo de situaciones, que pueden generar cierto estrés, el cual ellos deben aprender a manejar.

Referencias

1. Paradis, E. (s.f.) R for beginners. Université de Montpellier II.
2. Sarabia, J.M.; Gómez, E.; Vázquez, F.J. (2007) *Estadística Actuarial. Teoría y Aplicaciones*. Pearson Prentice-Hall, Madrid.
3. *Revista Actuari@*, publicación científica internacional en actuariado desarrollada en México, en el link
   http://revista-actuario.com/weff/?gclid=CPatjo-YlqECFY2F7Qod1ShAOQ
4. *Revista Actuarios Trabajando*, del Colegio Nacional de Actuarios de México, volumen 1, número 1, 2008, en el link http://www.conac.org.mx/

5. 6x4 UEALC (2008) *Propuestas y Accciones Universitarias para la Transformación de la Educación Superior en América Latina*. Informe Final del Proyecto 6x4 UEALC, Resumen Ejecutivo, México - Colombia.
6. Verdejo, P. (2006) “Hacia un Modelo de Evaluación Basado en Competencias”. Proyecto 6x4, México D.F.